

# PRD: Calculer le joueur parfait pour des jeux multijoueurs ou à connaissances incomplètes

Directeur de thèse : Sébastien Tixeuil, Professeur, Sorbonne Université, LIP6 (NPA), France  
sebastien.tixeuil@lip6.fr

Encadrant : François Bonnet, Professeur Associé, TokyoTech, Japon

April 6, 2021

## 1 Contexte

Les mathématiques récréatives ont toujours été un sujet populaire parmi les scientifiques. Un domaine particulier est celui des jeux véritables, c'est à dire des jeux joués par les humains, et non des jeux artificiels créés par des scientifiques. Dans la suite, le terme de jeu désigne un jeu véritable. On parle alors de résoudre un jeu si on parvient à déterminer une stratégie optimale (et que cette optimalité peut être prouvée) pour jouer à ce jeu. Pour ce qui est de résoudre des jeux, cela a commencé par des jeux très simples (par exemple Morpion, Pierre-Feuille-Ciseaux), pour lesquels les solutions peuvent être calculées facilement à la main. La théorie a été étendue pour obtenir des résultats génériques (par exemple pour les jeux de Nim). Enfin, avec le développement des ordinateurs, des jeux plus complexes (par exemple Mastermind, Puissance 4, Dames, Quixo) ont été résolus à l'aide de calculs approfondis [1-8,10,19]. Les progrès en la matière sont réguliers, même si de nombreux jeux sont encore non résolus (par exemple Hex, les échecs, le Go, le Backgammon). Du fait des progrès récents des outils d'apprentissage automatique, ce domaine de recherche a reçu beaucoup d'attention à la fois de la communauté scientifique et du grand public et des médias [9,11]. Entre autres, les performances inattendues d'AlphaGo pour gagner contre certains des meilleurs joueurs de Go humains ont augmenté l'intérêt porté au sujet. Cependant, notre approche n'est que faiblement liée à ces résultats récents car elle ne vise pas les mêmes objectifs scientifiques : l'apprentissage automatique vise à développer un programme qui surclasse les meilleurs humains, notre objectif est de calculer le joueur parfait. D'un point de vue pratique, un adversaire humain perdrait très probablement dans les deux cas. D'un point de vue théorique, la différence est la même qu'entre un algorithme approché et un algorithme exact. Notre but est d'obtenir un résultat exact.

## 2 Méthodologie et Organisation

Dans le contexte de la résolution des jeux, la plupart des jeux résolus sont des jeux à deux joueurs et à connaissances complètes (c'est à dire que chaque joueur dispose des mêmes informations, et de toutes les informations). Le but de la thèse est de relaxer ces deux hypothèses en préservant des propriétés de résolution forte:

1. En premier lieu, l'étude portera sur la résolution des jeux multijoueurs [14] (c'est à dire, à plus de deux joueurs). Un bon jeu candidat déjà étudié pour deux joueurs mais dont la véritable version est prévue pour trois ou quatre joueurs est par exemple Blokus. Si la résolution exacte s'avère impossible, on s'intéressera à l'étude des coalitions possibles, c'est à dire la possibilité pour un sous-ensemble des joueurs de s'allier contre un autre (ou un groupe d'autres), et à l'inverse de la possibilité de sabotage, c'est à dire la possibilité pour un joueur de ne pas jouer de manière

optimal pour privilégier systématiquement l'issue d'une partie. Il est probable que les raisonnements habituellement fait en algorithmique distribuée, et en particulier l'étude des problèmes impliquant des participants Byzantins (qui peuvent avoir un comportement arbitraire) seront utile au développement des solutions ou des résultats d'impossibilité [17,18].

2. En second lieu, la thèse se focalisera sur les jeux à connaissances incomplètes (c'est à dire que certaines informations peuvent être inconnues soit des deux joueurs, soit d'un sous-ensemble d'entre eux). Dans la plupart des cas, aucune stratégie déterministe ne peut être optimale, et il devient nécessaire pour les joueurs d'adopter des stratégies probabilistes afin de maximiser leurs chances de gagner. Si la notion d'équilibre de Nash n'est pas un concept récent (proposée dans les années 1950, elle a été largement étudiée en théorie des jeux et en économie). Pourtant, elle a rarement été appliquée en pratique (à l'exception notable de [12,13]) pour résoudre des jeux véritables. Sur la base de ces observations, la question scientifique clé que nous étudierons se résume à :
  - (a) Comment résoudre exactement des jeux avec des informations cachées ? et
  - (b) Comment mettre en œuvre efficacement l'algorithme correspondant?
3. Enfin, le but ultime serait de combiner les deux stratégie précédentes pour des jeux multijoueurs et à connaissances incomplètes. Il est probable qu'il faudra combiner une approche distribuée et des équilibres de Nash [15,16].

### 3 En pratique

La thèse est principalement localisée au LIP6 à Paris, France. Des missions à TokyoTech, Tokyo, Japon, sont à prévoir.

### Bibliographie

- [1] Nim, A Game with a Complete Mathematical Theory. Author: Charles L. Bouton. In: Annals of Mathematics, Second Series, Vol. 3, No. 1/4 (1901 - 1902), pp. 35-39, DOI: 10.2307/1967631
- [2] The Computer as Master Mind. Author: Donald Knuth. In: Journal Recreational Mathematics Vol9(1), 1-6 (1976)
- [3] A Knowledge-based Approach of Connect-Four The Game is Solved: White Wins. Author: Victor Allis. In: Master Thesis, October 1988, Vrije Universiteit
- [4] An optimal mastermind strategy. Authors: Kenji Koayama, Tony W. Lai. In: Journal Recreational Mathematics Vol25(4), pp. 251-256 (1993)
- [5] Searching for Solutions in Games and Artificial Intelligence. Author: Victor Allis. In: PhD thesis Maastricht, July 1994
- [6] Games solved: Now and in the future. Authors: H. Jaap van den Herik, Jos W.H.M. Uiterwijk, Jack van Rijswijk. In: Artificial Intelligence 134 (2002) p277-311. DOI: 10.1016/S0004-3702(01)00152-7
- [7] Checkers Is Solved. Authors: Jonathan Schaeffer, Neil Burch, Yngvi Björnsson, Akihiro Kishimoto, Martin Müller, Robert Lake, Paul Lu, Steve Sutphen. In: Science, vol 317, Issue 8544, p 1518-1522, September 2007. DOI: 10.1126/science.1144079

- [8] Scalable Parallel DFPN Search. Authors: Jakub Pawlewicz, Ryan B. Hayward In: Computers and Games, pp 138-150, Yokohama, August 2013. DOI: 10.1007/978-3-319-09165-5
- [9] Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search. Authors: David Silver et al. In: Nature 529(7587), pp. 484-489, January 2016. DOI: 10.1038/nature16961
- [10] Calculating Ultrastrong and Extended Solutions for Nine Men’s Morris, Morabaraba, and Lasker Morris. Authors: Gábor E. Gévay and Gábor Danner. In: IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in games, vol 8(3) September 2016 DOI: 10.1109/TCIAIG.2015.2420191
- [11] Superhuman AI for multiplayer poker. Authors: Noam Brown, Tuomas Sandholm. In: Science, Vol. 365, Issue 6456, pp. 885-890, August 2019. DOI: 10.1126/science.aay2400
- [12] Nash Equilibrium in Mastermind. Authors: Francois Bonnet, Simon Viennot. In: Computers and Games 2016, page 115-128, June 2016, Leiden. DOI: 10.1007/978-3-319-50935-8
- [13] Toward Solving “EinStein würfelt nicht!”. Authors: Francois Bonnet, Simon Viennot In: Advances in Computer Games 2017, page 13-25, July 2017, Leiden. DOI: 10.1007/978-3-319-71649-7
- [14] Towards Optimal Play of Three-Player Piglet and Pig. Authors: Francois Bonnet, Todd W Neller, Simon Viennot. In: AAAI2019 Workshop in Reinforcement Learning in Games, Hawaii, January 2019
- [15] Johanne Cohen, Anurag Dasgupta, Sukumar Ghosh, Sébastien Tixeuil: An exercise in selfish stabilization. TAAS 3(4): 15:1-15:12 (2008)
- [16] Anurag Dasgupta, Sukumar Ghosh, Sébastien Tixeuil: Selfish Stabilization. SSS 2006: 231-243
- [17] Mikhail Nesterenko, Sébastien Tixeuil: Discovering Network Topology in the Presence of Byzantine Faults. IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst. 20(12): 1777-1789 (2009)
- [18] Alexandre Maurer, Sébastien Tixeuil: Containing Byzantine Failures with Control Zones. IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst. 26(2): 362-370 (2015)
- [19] Satoshi Tanaka, François Bonnet, Sébastien Tixeuil, Yasumasa Tamura: Quixo Is Solved. CoRR abs/2007.15895 (2020)