

UPMC/master/info/4I503 APS

EXAMEN RÉPARTI 1

Mars 2018

Les documents autorisés sont vos notes de cours manuscrites et les notes fournies par votre enseignant de cours (<http://www.lip6.fr/~manoury/Enseignement/2017-18/APS>).
Le document de référence de cette épreuve est le *formulaire* mis en ligne.

EXERCICE I

APS0: Expressions, constantes et fonctions

Voici trois programmes *APS0* très proches les uns des autres

| P1 | P2 | P3 |
|---|--|---|
| <pre>[ECHO ([x:int](add x 5) 37)]</pre> | <pre>[CONST f (int -> int) [x:int](add x 5); ECHO (f 37)]</pre> | <pre>[FUN f int [x:int] (add x 5); ECHO (f 37)]</pre> |

mais dont la vérification de type et l'évaluation diffèrent un peu. Nous allons étudier ces fines différences.

Dans les exercices et les questions qui suivent, on vous demande d'établir un certain nombre de faits étiquetés T_i pour le typage ou S_i pour la sémantique. Pour répondre à une question, vous pouvez faire référence à un fait établi à une question ou un exercice précédente.

(Typage)

(T1) Montrez que $[x:int] \vdash_{\text{EXPR}} (\text{add } x \ 5) : \text{int}$

(T2) En déduire $[] \vdash_{\text{EXPR}} ([x:int](\text{add } x \ 5)) : \text{int} \rightarrow \text{int}$

(T3) Et que P1 est bien typé.

(T4) Montrez que $[] \vdash_{\text{DEC}} (\text{CONST } f \ (\text{int} \rightarrow \text{int}) \ [x:int](\text{add } x \ 5)) : [f : \text{int} \rightarrow \text{int}]$

(T5) Montrez que $[f : \text{int} \rightarrow \text{int}] \vdash (f \ 37) : \text{int}$

(T6) En déduire que $[f : \text{int} \rightarrow \text{int}] \vdash_{\text{STAT}} (\text{ECHO } (f \ 37)) : \text{void}$

(T7) Et que P2 est bien typé.

(T8) Montrer que $[] \vdash_{\text{DEC}} \text{FUN } f \ \text{int } [x:int] \ (\text{add } x \ 5) : [f : \text{int} \rightarrow \text{int}]$

(T9) En déduire que le programme P3 est bien typé

(Sémantique)

(S1) Quelle est la valeur v_f telle que $[] \vdash_{\text{DEC}} ([x:int](\text{add } x \ 5)) \rightsquigarrow v_f$?

- (S2) Montrez que $[x = 37] \vdash_{\text{EXPR}} (\text{add } x \ 5) \rightsquigarrow 42$
 (S3) En déduire que $[] \vdash_{\text{EXPR}} ([x:\text{int}] (\text{add } x \ 5) \ 37) \rightsquigarrow 42$
 (S4) Et que $\vdash P1 \rightsquigarrow [42]$
 (S5) Pourquoi a-t-on $[] \vdash_{\text{DEC}} (\text{CONS } f \ (\text{int} \rightarrow \text{int}) \ [x:\text{int}] (\text{add } x \ 5)) \rightsquigarrow [f = v_f]$?
 (S6) En déduire que $[f = v_f] \vdash_{\text{EXPR}} (f \ 37) \rightsquigarrow 42$
 (S7) Et que $\vdash P2 \rightsquigarrow [42]$
 (S8) Montrez que $\vdash P3 \rightsquigarrow [42]$

EXERCICE II

APS0: Argument fonctionnel

Soit le programme P4

```
[
  ECHO ([f:(int->int)](f 37) [x:int](add x 5))
]
```

(Typage)

- (T10) Montrez que $[] \vdash_{\text{EXPR}} ([f:\text{int} \rightarrow \text{int}] (f \ 37)) : (\text{int} \rightarrow \text{int}) \rightarrow \text{int}$
 (T11) En déduire que $[] \vdash_{\text{EXPR}} ([f:(\text{int} \rightarrow \text{int})] (f \ 37) \ [x:\text{int}] (\text{add } x \ 5)) : \text{int}$

(Sémantique)

Vous avez déterminé, lors d'une question précédente, la valeur v_f de l'expression $[x:\text{int}] (\text{add } x \ 5)$.

- (S9) Quelle est la valeur v_h telle que $[] \vdash_{\text{EXPR}} [f:\text{int} \rightarrow \text{int}] (f \ 37) \rightsquigarrow v_h$
 (S10) En déduire que $[] \vdash_{\text{EXPR}} ([f:(\text{int} \rightarrow \text{int})] (f \ 37) \ [x:\text{int}] (\text{add } x \ 5)) \rightsquigarrow 42$

EXERCICE III

APS0: Valeur fonctionnelle

Soit le programme

```
[
  FUN f (int -> int) [x:int]
    [y:int](add x y);
  ECHO ((f 21) 21)
]
```

Notez que nous avons écrit $[x:\text{int}] [y:\text{int}]$ et non pas $[x:\text{int}, y:\text{int}]$.

(Typage)

- (T12) Montrez que $[] \vdash_{\text{DEC}} (\text{FUN } f \ (\text{int} \rightarrow \text{int}) \ [x:\text{int}] [y:\text{int}] (\text{add } x \ y)) : [f : (\text{int} \rightarrow \text{int}) \rightarrow \text{int}]$
 (T13) En déduire que $[f : (\text{int} \rightarrow \text{int}) \rightarrow \text{int}] \vdash ((f \ 21) \ 21) : \text{int}$

(Sémantique)

- (S11) Quelles sont l'expression e_1 et la fonction de construction d'environnement r_1 telles que $[] \vdash_{\text{DEC}} (\text{FUN } f \ (\text{int} \rightarrow \text{int}) \ [x:\text{int}] [y:\text{int}] (\text{add } x \ y)) \rightsquigarrow [f = \text{inF}(e, r)]$?
 (S12) Quelles sont l'expression e_2 et la fonction de construction d'environnement r_2 telles que $[f = \text{inF}(e_1, r_1)] \vdash_{\text{EXPR}} (f \ 21) \rightsquigarrow \text{inF}(e_2, r_2)$? Justifiez par les règles de sémantique.
 (S13) En déduire que $[f = \text{inF}(e_1, r_1)] \vdash_{\text{EXPR}} ((f \ 21) \ 21) \rightsquigarrow 42$